

Formeel Denken 2008
Uitwerkingen Toets 1: Propositielogica

1. (a)

$$(W \vee E \vee S) \wedge \neg(W \wedge E) \wedge \neg(E \wedge S) \wedge \neg(S \wedge W) \\
(W \wedge \neg E \wedge \neg S) \vee (\neg W \wedge E \wedge \neg S) \vee (\neg W \wedge \neg E \wedge S)$$

(b)

$$W \rightarrow (\neg E \leftrightarrow S)$$

2. (a) ‘Als ik niet werk dan is het zo dat als ik niet eet dat ik dan slaap.’

Beter Nederlands is:

Als ik niet werk en ook niet eet dan slaap ik.

(b) ‘Het is niet zo dat ik niet werk, of slaap, of allebei.’

Dit is een erg ingewikkelde manier om te zeggen dat ik werk en dat ik niet slaap.

3.

$$(a \rightarrow (((a \wedge b) \vee b) \rightarrow (a \wedge b)))$$

a	b	$a \wedge b$	$a \wedge b \vee b$	$a \wedge b \vee b \rightarrow a \wedge b$	$a \rightarrow a \wedge b \vee b \rightarrow a \wedge b$
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1

4. Neem voor f de formule a en voor g de formule $a \vee b$. Dit geeft de waarheidstabel:

a	b	f	g
a	b	a	$a \vee b$
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Uit deze waarheidstabel blijkt dat g waar is in alle modellen waarin f waar is, dus dat $f \models g$, maar dat dit omgekeerd niet geldt, dus dat $g \not\models f$. Immers, in het model $v(a) = 0$ en $v(b) = 1$ is g wel waar maar f niet.

5.

$$a \leftrightarrow b \equiv (a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b) \\
a \leftrightarrow b \equiv (\neg a \vee b) \wedge (\neg b \vee a) \\
a \leftrightarrow b \equiv \neg(\neg a \vee \neg b) \vee \neg(a \vee b) \\
a \leftrightarrow b \equiv \neg(a \wedge \neg b) \wedge \neg(\neg a \wedge b)$$