

Formeel Denken 2008
Uitwerkingen Toets 2: Predikaatlogica

1. (a) Als Engelbert aanwezig is dan legt hij iets uit aan een student.
 (b) Er zijn minstens twee vrouwelijke studenten.

2. (a)

$$\forall x \in T((\exists y \in S L(x, y)) \rightarrow A(x))$$

- (b)

$$\begin{aligned} \exists x, y, z \in T(x \neq y \wedge y \neq z \wedge z \neq x \wedge \\ \forall w \in T((w = x \vee w = y \vee w = z) \wedge M(w))) \end{aligned}$$

- 3.

$$(((\forall x \in D (\exists y \in D P(c))) \wedge \neg Q(c)) \vee R(c))$$

4. Neem het model $M = (\mathbb{N}, <, \neq)$ en de interpretaties I_1 :

$$\begin{aligned} D &\longrightarrow \mathbb{N} \\ R(x, y) &\longrightarrow x < y \end{aligned}$$

en I_2 :

$$\begin{aligned} D &\longrightarrow \mathbb{N} \\ R(x, y) &\longrightarrow x \neq y \end{aligned}$$

Dan geldt

$$(M, I_1) \models \forall x, y, z \in D (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z))$$

maar

$$(M, I_2) \not\models \forall x, y, z \in D (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z))$$

Om te zien dat de formule onder interpretatie I_2 niet waar is, neem $x = 0$, $y = 1$ en $z = 0$.

5. Nee, deze uitspraak geldt niet. De interpretatie van c hoeft namelijk niet in de interpretatie van D te zitten.

Neem als interpretatie:

$$\begin{aligned} D &\text{ studenten} \\ c &\text{ Engelbert} \\ P(x) &x \text{ is docent} \end{aligned}$$

Onder deze interpretatie is $P(c)$ wel waar, maar $\exists x \in D P(c)$ niet.