

## Formeel Denken 2009 Inhaaltoets

Het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien. De eerste 10 punten zijn gratis. Veel succes!

1. Geef een formule  $f$  van de propositielogica waarvoor geldt dat:

$$\begin{aligned}f &\models a \\f &\not\models b \\b &\models \neg f\end{aligned}$$

Verklaar je antwoord. (20 punten)

2. Formaliseer de volgende Nederlandse zin als een formule van de predikaatlogica met gelijkheid:

*Iedereen heeft iemand van wie hij of zij het meest houdt.*

Gebruik hierbij het woordenboek

$M$	domein van de mensen
$H(x, y, z)$	$x$ houdt meer van $y$ dan van $z$

Schrijf de formule met haakjes volgens de officiële grammatica uit de syllabus. (15 punten)

3. De contextvrije grammatica  $G_3$  heeft productieregels

$$\begin{aligned}S &\rightarrow AS \mid a \\A &\rightarrow aa\end{aligned}$$

Laat met een invariant zien dat  $aaaa \notin L(G_3)$ . (20 punten)

4. Laat  $a_n$  het aantal lijnen zijn in de volledige graaf  $K_n$ . Geef een recursieve definitie van  $a_n$ , waarbij je gebruikt dat de  $K_{n+1}$  ontstaat uit  $K_n$  door één punt en bijbehorende lijnen toe te voegen. Bewijs vervolgens met inductie naar  $n$  dat

$$a_n = \frac{1}{2}n(n-1)$$

voor  $n \geq 1$ . (20 punten)

5. Druk de volgende zin uit in LTL:

*De uitspraken  $a$  en  $b$  worden allebei steeds opnieuw waar, maar nooit tegelijk.*

(15 punten)