

Formeel Denken 2012
Tentamen
(23/01/13)

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Iedere opgave is zes punten waard, het cijfer voor dit tentamen is het aantal punten gedeeld door tien, en de eerste tien punten zijn gratis. Veel succes!

1. Schrijf de formule van de propositiologica

$$a \rightarrow \neg b \leftrightarrow \neg(a \wedge b)$$

volgens de officiële grammatica uit de syllabus, en geef de waarheidstabel.

2. Benader de betekenis van de zin:

De president legt de eed af op de 20e, maar omdat dat dit jaar een zondag is, vindt het feest pas plaats op de 21e.

zo goed mogelijk door een formule van de propositiologica. Gebruik hierbij als woordenboek:

E	de president legt de eed af op 20 januari
F	het feest vindt in 2013 plaats op 21 januari
Z	in 2013 is 20 januari een zondag

In hoeveel van de acht modellen v die een waarheidswaarde aan deze drie atomen toekennen is deze uitspraak waar?

3. Geef vier verschillende formules van de propositiologica die als enige atomaire formule de atomaire formule a bevatten, en die allemaal onderling niet logisch equivalent zijn. Hoeveel van deze vier formules zijn logisch waar? Verklaar je antwoorden.

4. Benader de betekenis van de zin:

De laatste trein stopt bij ieder station, maar dat geldt niet voor alle treinen daarvoor.

zo goed mogelijk door een formule van de predikaatlogica. Gebruik hierbij als woordenboek:

T	het domein van de treinen
S	het domein van de stations
o	het station 'Onze Lieve Vrouwe ter Nood'
$B(x, y)$	trein x rijdt gelijk of eerder dan trein y
$H(x, y)$	trein x stopt bij station y

5. Benader de betekenis van de zin:

Er is precies één trein die op station 'Onze Lieve Vrouwe ter Nood' stopt.

zo goed mogelijk door een formule van de predikaatlogica met gelijkheid. Gebruik hierbij opnieuw het woordenboek uit de vorige opgave.

6. Schrijf de volgende formule

$$(\forall x, y \in D \exists z \in D (R(x, z) \wedge R(y, z))) \wedge \neg(\exists x \in D \forall y \in D R(x, y))$$

volgens de officiële grammatica uit de syllabus, en geef zowel een interpretatie in een model waaronder deze formule waar is, als een interpretatie in een model waaronder hij niet waar is. Verklaar je antwoorden.

7. Bestaat er een taal L met $aa \in LLL$, maar met $aaa \notin LLL$? Verklaar je antwoord.

8. Geef een eindige automaat die de taal

$$L_8 := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ bevat } aa \text{ maar } w \text{ bevat geen } bb\}$$

herkent.

9. Gegeven de contextvrije grammatica G_9 :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aA \mid bB \\ A &\rightarrow aC \mid bB \\ B &\rightarrow aA \\ C &\rightarrow aC \mid bD \mid \lambda \\ D &\rightarrow aC \mid \lambda \end{aligned}$$

Iemand wil aantonen dat woorden in de taal $\mathcal{L}(G_9)$ nooit als deelwoord bb bevatten. Hij claimt dat de eigenschap

$$P(w) := w \text{ bevat geen } bb, \text{ geen } bS, \text{ geen } bA, \text{ en geen } bC$$

hier een goede invariant voor is. Klopt dit? Verklaar je antwoord. (Als dit niet klopt, dan hoef je *niet* een invariant te geven die hier wél geschikt voor is.)

10. Geef een samenhangende graaf met vier punten, die geen boom is, geen Euler-cykel bevat, maar wel een Euler-pad bevat. Wat is het kleurgetal van deze graaf? Verklaar je antwoorden.

11. Bewijs met inductie dat $(2n)!$ deelbaar is door 2^n voor alle $n \geq 1$.

12. Schrijf $(x + y)^7$ volgens het binomium van Newton, geef een deel van de driehoek van Pascal, en geef daarin aan waar de coëfficiënten van deze veelterm in de driehoek van Pascal voorkomen.

13. Geef een formule van de modale logica, die onder iedere interpretatie in de epistemische logica waar is, terwijl hij in de doxastische logica niet altijd waar hoeft te zijn. Verklaar je antwoord.

14. Bestaat er een Kripke model waarin de volgende formule van de modale logica

$$(\Box a) \vee (\Diamond \neg a)$$

niet waar is? Zo ja, geef zo'n model. Zo nee, verklaar waarom zo'n model niet bestaat.

15. Benader de betekenis van de zin:

Na sneeuw komt dooi.

zo goed mogelijk door een LTL-formule. Gebruik hierbij als woordenboek:

s het sneeuwt
 d het dooit

Definieer vervolgens een LTL-model waarin deze zin niet waar is.