

Formeel Denken 2012
Toets 3: Talen en automaten
(12/11/12)

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel! Het cijfer voor deze toets is het aantal punten gedeeld door tien. De eerste tien punten zijn gratis. Veel succes!

De eerste drie opgaven gaan over de taal

$$L_0 := \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ begint met } a \text{ en } |w| \text{ is even, of } w \text{ begint met } b \text{ en } |w| \text{ is oneven}\}$$

Er geldt dus $\lambda \notin L_0$, en $babba \in L_0$ want $babba$ begint met een b en $|babba| = 5$.

1. Geef een reguliere expressie voor L_0 . (20 punten)
2. Geef een contextvrije grammatica voor L_0 . Is deze grammatica rechtslineair? Waarom volgt uit de vorige opgave dat er een rechtstreekse grammatica voor L_0 bestaat? Verklaar je antwoorden. (20 punten)
3. Geef een eindige automaat die L_0 herkent en die zo min mogelijk toestanden heeft. (20 punten)

De volgende twee opgaven gaan over de contextvrije grammatica G gegeven door de drie productieregels

$$S \rightarrow aaSb \mid aSbb \mid \lambda$$

4. Geef alle producties volgens deze grammatica van het woord $aaabbb$. (5 punten)
5. Iemand wil laten zien dat $babba \notin \mathcal{L}(G)$, en claimt dat de eigenschap

$$P(w) := w \text{ bevat niet het woord } ba$$

een invariant is waarmee dit bewezen kan worden. Laat zien dat dit niet klopt, en geef een eigenschap die hiervoor wel een geschikte invariant is. Verklaar je antwoord. (15 punten)

6. Voor elke taal L geldt dat als L^* maar eindig veel verschillende woorden bevat dat dan $L^* = \{\lambda\}$. Leg uit waarom dit zo is, en geef alle talen waarvoor $L^* = \{\lambda\}$. (10 punten)