

Berekenbaarheid 2005, Toets 2

vrijdag 8 april, 11.45–12.30

Er zijn 3 onderdelen die ieder 3 punten opleveren, 1 punt is gratis. NB: Tenzij anders vermeld geldt dat een Turing machine maar één tape met maar één oneindige kant en met maar één spoor heeft, deterministisch is, in het geval van een 1-tape machine geen ‘S’ (stationaire) transities kent, en bij het herkennen van een taal accepteert door eindtoestand.

1. Definieer een non-deterministische 3-tape Turing machine met input alfabet $\{a\}$ die de taal

$$L_1 = \{a^n \mid n \text{ is een kwadraat}\}$$

herkent: dit zijn dus de rijtjes a 's ter lengte een kwadraat. Dus bijvoorbeeld $\lambda \in L_1$, $a \in L_1$ en $aaaa \in L_1$ (omdat $0 = 0^2$, $1 = 1^2$ en $4 = 2^2$ kwadraten zijn), maar $aa \notin L_1$ (omdat 2 geen kwadraat is).

2. Definieer een deterministische 2-tape Turing machine die de taal

$$L_2 = \{a^n \mid n \text{ is even}\}$$

op zijn eerste tape *opsomt*. Dit zijn dus de rijtjes a met even lengte. Dus bijvoorbeeld $\lambda \in L_2$, $aa \in L_2$ en $aaaa \in L_2$ (omdat 0, 2 en 4 even zijn), maar $a \notin L_2$ (omdat 1 niet even is).

3. Bewijs dat de doorsnede van twee recursieve talen recursief is.