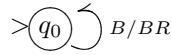


## Berekenbaarheid 2010, uitwerkingen toets 2

1. Neem voor  $M_1$ :



Deze machine accepteert de gegeven taal

$$L(M_1) = \{0, 1\}^* \setminus \{\lambda\} = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \neq \lambda\}$$

door stoppen. De code van deze machine is

$$R(M_1) = 00010111010111011000$$

Het middenstuk van deze code correspondeert met de enige transitie

$$\delta(q_0, B) = [q_0, B, R]$$

2. De taal

$$L_H = L(U) = \{R(M)w \mid M(w) \downarrow\}$$

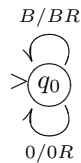
wordt geaccepteerd door de universele Turing machine  $U$ , maar omdat het halting probleem niet beslisbaar is is deze taal niet recursief. De machine  $M_2 := U$  accepteert dus een niet recursieve taal.

3. Nee, dit probleem is niet beslisbaar. Een andere manier om de eigenschap die moet worden beslist te formuleren is

$$L(M) = \{w \in \{0, 1\}^* \mid w \text{ bevat een } 1\}$$

Dit is een eigenschap van  $L(M)$  en daarom volgt de onbeslisbaarheid uit de stelling van Rice.

We moeten alleen controleren dat het probleem niet triviaal is. De machine



voldoet aan de eigenschap, terwijl



er niet aan voldoet. Dus is dit probleem niet triviaal.

De input van een beslissingsprocedure voor dit probleem (die dus niet bestaat) is natuurlijk de code  $R(M)$ .

4. We reduceren het blank tape probleem  $B$  naar het probleem uit de opgave.

Laat dus gegeven een willekeurige machine  $M$  waarvoor we willen weten of  $M(\lambda)\downarrow$ . We definiëren bij  $M$  een machine  $M'$  waarvoor geldt dat

$$M'(\lambda) = \lambda \iff M(\lambda)\downarrow$$

De reductie bestaat dus uit de constructie van  $M'$  uit  $M$ .

We kunnen als definitie van  $M'$  nemen:

- (1) Voer  $M$  uit.
- (2) Als  $M$  stopt, wis de tape.

Alleen moeten we dan moeilijk doen om te weten welk stuk van de tape gebruikt is en gewist moet worden. Daarom is deze oplossing lastig precies te krijgen.

Een makkelijker oplossing is om voor  $M'$  de 1-tape versie van de 2-tape machine te nemen die  $M$  op tape 2 uitvoert en die bij iedere transitie tape 1 op vakje 0 stil laat staan.

In beide gevallen geldt dat het omzetten van de code  $R(M)$  naar de code  $R(M')$  ingewikkeld maar overduidelijk berekenbaar is. Deze observatie is essentieel om het reductiebewijs volledig te maken.