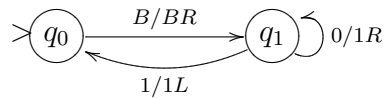


# Berekenbaarheid 2011, toets 2

woensdag 7 december, 11.45–12.30

Voor je begint schrijf je naam, studentnummer en studierichting boven je uitwerkingen. Bij ieder onderdeel is het aantal punten aangegeven, 1 punt is gratis. Veel succes!

1. We definiëren een Turing machine  $M_1$  die accepteert door stoppen met het volgende toestandsdiagram:



- (a) Wat is  $M_1(000)$ ? ( $\frac{1}{2}$  punt)
  - (b) Wat is  $M_1(100)$ ? ( $\frac{1}{2}$  punt)
  - (c) Wat is  $L(M_1)$ ? (1 punt)
  - (d) Wat is  $R(M_1)$ ? (Zie de achterzijde van het blaadje voor details over de codering uit Sudkamp.) (1 punt)
  - (e) Geldt  $R(M_1) \in L(M_1)$ ? (1 punt)
2. Laat zien dat de taal

$$L_2 := \{R(M) \mid M(\lambda)\downarrow\}$$

recursief opsombaar is. (2 punten)

3. Laat zien dat het probleem  $P_3$  onbeslisbaar is dat vraagt of er bij gegeven Turing machine  $M$  een woord  $w \in \{0, 1\}^*$  bestaat zodat  $M$  stopt met input  $0w$ , maar niet stopt met input  $1w$ . (2 punten)
4. Laat zien dat het probleem  $P_4$  onbeslisbaar is dat vraagt of er bij gegeven Turing machine  $M$  een woord  $w$  bestaat met  $M(w) = \lambda$ . (1 punt)

(Relevant stukje van p. 355 uit het boek van Sudkamp:)

A Turing machine  $M$  is defined by its transition function. A transition of a standard Turing machine has the form  $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$ , where  $q_i, q_j \in Q$ ;  $x, y \in \Gamma$ ; and  $d \in \{L, R\}$ . We encode the elements of  $M$  using strings of 1's:

| Symbol   | Encoding  |
|----------|-----------|
| 0        | 1         |
| 1        | 11        |
| $B$      | 111       |
| $q_0$    | 1         |
| $q_1$    | 11        |
| $\vdots$ | $\vdots$  |
| $q_n$    | $1^{n+1}$ |
| $L$      | 1         |
| $R$      | 11        |

Let  $en(x)$  denote the encoding of a symbol  $x$ . A transition  $\delta(q_i, x) = [q_j, y, d]$  is encoded by the string

$$en(q_i)0en(x)0en(q_j)0en(y)0en(d).$$

The 0's separate the components of the transition. A representation of the machine is constructed from the encoded transitions. Two consecutive 0's are used to separate transitions. The beginning and end of the representation are designated by three 0's.