

Berekenbaarheid 2012

Inhaaltoets

18 januari 2013

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Er zijn 3 opgaven die ieder 3 punten opleveren, 1 punt is gratis. Veel succes!

1. Geef een implementatie van de CPY_1 macro *die geen hulpsymbolen gebruikt*, dus met $\Gamma = \{B, 1\}$. Met begintoestand

$$\dots B \bar{n} B B^{n+1} B \dots$$

moet de machine termineren in de toestand

$$\dots B \bar{n} B \bar{n} \quad B \dots$$

Zorg ervoor dat je machine aan de eisen van een macro voldoet.

2. Het probleem P_n vraagt bij een Turing machine M – de input van dit probleem is dus de code $R(M)$ van een machine – of er een machine M' bestaat met ten hoogste n toestanden die dezelfde taal herkent als M , dus met $L(M) = L(M')$.

Laat zien dat dit probleem P_n voor iedere $n > 0$ onbeslisbaar is.

3. Eulers indicatorfunctie φ is gedefinieerd voor argumenten ≥ 1 door

$$\varphi(p_1^{n_1} p_2^{n_2} \cdots p_k^{n_k}) := p_1^{n_1-1} (p_1 - 1) p_2^{n_2-1} (p_2 - 1) \cdots p_k^{n_k-1} (p_k - 1)$$

waarbij p_1, p_2, \dots, p_k de verschillende priemfactoren van het argument van φ zijn. Bijvoorbeeld geldt:

$$\varphi(12) = \varphi(2^2 \cdot 3) = 2^1(2-1) 3^0(3-1) = 4$$

Voorts is de conventie dat $\varphi(0) = 1$.

Laat zien dat φ een primitief recursieve functie is. Je mag hierbij gebruiken dat de functies op de achterzijde van dit blaadje primitief recursief zijn.

	$\text{id}(x) = x$	
	$z(x) = 0$	
	$s(x) = x + 1$	
	$p_i^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = x_i$	
	$c_n^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = n$	
$\text{pred}(y) = y \dot{-} 1$	$\text{eq}(x, y) = \text{als } x = y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{add}(x, y) = x + y$	$\text{ne}(x, y) = \text{als } x \neq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{mult}(x, y) = x \cdot y$	$\text{max}(x, y) = \text{het maximum van } x \text{ en } y$	
$\text{sub}(x, y) = x \dot{-} y$	$\text{min}(x, y) = \text{het minimum van } x \text{ en } y$	
$\text{exp}(x, y) = x^y$	$\text{quo}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ dan } \lfloor x/y \rfloor \text{ anders } 0$	
$\text{fact}(x) = x!$	$\text{rem}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ dan } x \bmod y \text{ anders } x$	
$\text{sg}(x) = \text{als } x \neq 0 \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{divides}(x, y) = \text{als } y \neq 0 \text{ en } y \mid x \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{cosg}(x) = \text{als } x \neq 0 \text{ dan } 0 \text{ anders } 1$	$\text{even}(x) = \text{als } x \text{ even is dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{lt}(x, y) = \text{als } x < y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{prime}(x) = \text{als } x \text{ priem is dan } 1 \text{ anders } 0$	
$\text{gt}(x, y) = \text{als } x > y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$	$\text{pn}(x) = \text{het } x\text{-de priemgetal}$	
$\text{le}(x, y) = \text{als } x \leq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$		(dus $\text{pn}(0) = 2, \text{pn}(1) = 3, \text{etc.}$)
$\text{ge}(x, y) = \text{als } x \geq y \text{ dan } 1 \text{ anders } 0$		