

Berekenbaarheid 2015
Toets 1
18 september 2015

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Er zijn 4 onderdelen die samen 9 punten opleveren, 1 punt is gratis. Bij het ‘definiëren’ van een Turing-machine moet je deze geven door middel van een toestandsdiagram (en dus niet als tabel). In alle Turing-machines in deze toets mag je hulpsymbolen gebruiken. Veel succes!

1. Definieer een standaard Turing-machine M_1 met input alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ die in zijn input van links naar rechts iedere $aaba$ vervangt door $abaa$. Er moet dus bijvoorbeeld gelden dat $M_1(aaabaabaaba) = \underline{aabaababaa}$. Zorg er voor dat de lees-/schrijfkop van de machine bij terminatie weer op vakje 0 van de tape staat. (2½ punten)

2. Definieer een non-deterministische 2-tape Turing-machine M_2 die de taal (2½ punten)

$$L(M_2) = \{ucvcw \mid u, v, w \in \{a, b, c\}^* \text{ en } v = v^R\}$$

Hierin betekent v^R het woord v achterstevoren gezet, dus v moet een palindroom zijn. Zorg ervoor dat een correcte input van lengte n in ten hoogste $3n + 6$ stappen wordt herkend.

3. Definieer een numerieke Turing-machine die de functie (2 punten)

$$f_3(n, m) = (n + m) \cdot (n \div m)$$

uitrekent. Je mag de macro's op de achterkant van dit blaadje gebruiken.

4. Laat zien dat iedere recursief opsombare taal ook herkend wordt door een standaard Turing-machine waarbij de enige transitie vanuit q_0 van de vorm $\delta(q_0, B) = [q_i, B, R]$ is (voor een zekere $q_i \in Q$), en waarbij er geen enkele transitie náár q_0 toe gaat, dus waarbij er geen $q_j \in Q$, $x, y \in \Gamma$ en $d \in \{L, R\}$ bestaan met $\delta(q_j, x) = [q_0, y, d]$. (2 punten)

