

Berekenbaarheid 2016
Inhaaltoets
13 januari 2017

Voor je verder leest, schrijf je naam, studentnummer en studierichting op het antwoordvel. Er zijn 3 opgaven die ieder 3 punten opleveren, 1 punt is gratis. Veel succes!

1. Definieer een standaard Turing-machine M_1 met input alfabet $\Sigma = \{a, b\}$ die zijn input achterstevoren zet, dus met $M_1(w) = w^R$ voor alle $w \in \{a, b\}^*$. Er moet bijv. gelden $M_1(\lambda) = \lambda$ en $M_1(abbab) = babba$. Als je wil mag je hulpsymbolen gebruiken, en je hoeft de tape niet terug te spoelen.
2. Het probleem P_2 heeft de vorm:

Input: Een code $R(M)$ van een deterministische Turing-machine.

Vraag: Bestaat er een input $w \in \{0, 1\}^*$ met $M(w) = w^R$?

Is dit probleem onbeslisbaar? Zo ja, laat zien waarom dit zo is. Zo nee, geef aan hoe P_2 te beslissen is.

3. De unaire numerieke functie f_3 zet zijn input achterstevoren als een decimaal getal. Er geldt bijv. $f_3(0) = 0$, $f_3(10) = 1$ en $f_3(2017) = 7102$. Laat zien dat f_3 primitief recursief is. Je mag gebruiken dat de functies op de achterkant van dit blaadje primitief recursief zijn. (Hint: het kan handig zijn een aantal hulpfuncties te definiëren, die natuurlijk zelf ook allemaal primitief recursief moeten zijn.)

Primitief recursieve functies

$$\text{id}(x) = x$$

$$z(x) = 0$$

$$s(x) = x + 1$$

$$p_i^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = x_i$$

$$c_n^{(k)}(x_1, \dots, x_k) = n$$

$\text{pred}(y) = y \dot{-} 1$	$\text{eq}(x, y) =$ als $x = y$ dan 1 anders 0
$\text{add}(x, y) = x + y$	$\text{ne}(x, y) =$ als $x \neq y$ dan 1 anders 0
$\text{mult}(x, y) = x \cdot y$	$\text{max}(x, y) =$ het maximum van x en y
$\text{sub}(x, y) = x \dot{-} y$	$\text{min}(x, y) =$ het minimum van x en y
$\text{exp}(x, y) = x^y$	$\text{quo}(x, y) =$ als $y \neq 0$ dan $\lfloor x/y \rfloor$ anders 0
$\text{fact}(x) = x!$	$\text{rem}(x, y) =$ als $y \neq 0$ dan $x \bmod y$ anders x
$\text{sg}(x) =$ als $x \neq 0$ dan 1 anders 0	$\text{divides}(x, y) =$ als $y \neq 0$ en $y \mid x$ dan 1 anders 0
$\text{cosg}(x) =$ als $x \neq 0$ dan 0 anders 1	$\text{even}(x) =$ als x even is dan 1 anders 0
$\text{lt}(x, y) =$ als $x < y$ dan 1 anders 0	$\text{prime}(x) =$ als x priem is dan 1 anders 0
$\text{gt}(x, y) =$ als $x > y$ dan 1 anders 0	$\text{pn}(x) =$ het x -de priemgetal
$\text{le}(x, y) =$ als $x \leq y$ dan 1 anders 0	(dus $\text{pn}(0) = 2$, $\text{pn}(1) = 3$, etc.)
$\text{ge}(x, y) =$ als $x \geq y$ dan 1 anders 0	